которых конечна норма

$$\|f \mid B\| = \|f \mid \mathbf{B}^{s,\epsilon}_{p\theta}(\mathbb{T}^d)\| = \|\{2^{(s,k)}\|\sum_{\lambda\in\mathbb{Z}^d} \eta_k(\lambda)\widehat{f}(\lambda)e^{i}(\lambda, x)\|_p\} \mid l_\theta\|.$$

Пространство типа Лизоркина - Трибеля $\mathbf{F}^{s,\epsilon}_{p\theta}(\mathbb{T}^d)$ $(1 \leqslant p < < \infty)$ *состоит из всех функций* $f \in L_p(\mathbb{T}^d)$, *для которых конечна норма*

$$\| f \mid F \| = \| f \mid \mathbf{F}^{s,\epsilon}_{p\theta}(\mathbb{T}^d) \| = \|\|\{2^{(s,k)} \sum_{\lambda\in\mathbb{Z}^d} \eta_k(\lambda)\widehat{f}(\lambda)e^{i(\lambda,x)}\} \mid l_\theta\|\|_p.$$

Здесь $\widehat{f}(\lambda) = (2\pi)^{-d} \int_{\mathbb{T}^d} f(x)e^{-i(\lambda,x)}dx$ *— коэффициенты Фурье функции* f, $\lambda \in \mathbb{Z}^d$.

В докладе будут даны точные в смысле порядка оценки колмогоровских, линейных и ортопоперечников единичных шаров пространств $\mathbf{B}^{s,\epsilon}_{p\theta}(\mathbb{T}^d)$ и $\mathbf{F}^{s,\epsilon}_{p\theta}(\mathbb{T}^d)$ в пространстве $L_q(\mathbb{T}^d)$ для ряда соотношений между параметрами этих пространств. Будут рассмотрены применения некоторых из этих оценок к приближенному восстановлению специальных псевдодифференциальных операторов "типа произведений".

В. С. Балаганский

Екатеринбург, Vladimir.Balaganskii@imm.uran.ru

ВЫПУКЛЫЕ ЗАМКНУТЫЕ ОГРАНИЧЕННЫЕ АНТИПРОКСИМИНАЛЬНЫЕ МНОЖЕСТВА В ПРОСТРАНСТВАХ ГРОТЕНДИКА

Подмножество $A \neq X$, $A \neq \varnothing$, банахова пространства X называется антипроксиминальным, если для любой точки $x \in X\backslash A$ в множестве A нет ближайшей точки.

О выпуклых замкнутых ограниченных антипроксиминальных множествах см. [1] и приведенную там литературу. О пространствах Гротендика см. [2].

Подпространством Гротендика пространства $C(Q)$ называется

$$\Gamma(Q) = \{x \in C(Q) : x(t(i)) = \lambda(i) \cdot x(\tau(i))\},$$

где $i \in I$ и каждому $i \in I$ ставится в соответствие тройка $\{t(i), \tau(i), \lambda(i)\}$, $t(i), \tau(i) \in Q$, $\lambda(i)$ — вещественное число. В частности, пространство $C(Q)$ является подпространством Гротендика.

Мы будем рассматривать подпространства Гротендика частного вида, для определения которых потребуются следующие условия:

$$\begin{cases} \mathbf{Z} \subset Q_1 \subset Q \ \text{ — бикомпакты;} \\ \sigma \text{ — гомеоморфизм } Q_1 \text{ на } Q_1, \\ \forall q \in Q_1 \ \ \sigma(\sigma(q)) = q; \\ \lambda \text{ — вещественная функция,} \\ \text{определенная и непрерывная на } Q_1 \backslash \mathbf{Z}. \end{cases} \tag{1}$$

Через $\Gamma_{\sigma,\lambda}(Q)$ будем обозначать подпространство, образованное теми функциями из $C(Q)$, которые удовлетворяют условию $x(\sigma(q)) = \lambda(q) \cdot x(q)$ для всех $q \in Q_1 \backslash \mathbf{Z}$ и справедливо равенство

$$\mathbf{Z} = \{q \in Q : \forall f \in \Gamma_{\sigma,\lambda}(Q) \ \ f(q) = 0\}.$$

Имеет место

Теорема. *Пусть* $\dim \Gamma_{\sigma,\lambda}(Q) = \infty$ *и выполняются условия* (1). *В пространстве* $X = \Gamma_{\sigma,\lambda}(Q)$ *существует ограниченное замкнутое выпуклое тело, которое является антипроксиминальным множеством для* X.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-00320) и программы Президента "Ведущие научные школы РФ" (проект НШ-1071.2008.1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Балаганский В. С. *Антипроксиминальнальные множества в пространствах непрерывных функций* // Матем. заметки. - 1996. - Т. 60. - № 5. - С.643–657.

2. Blatter J. *Grothendieck spaces in approximation theory.* - Providence. R. I.: (Memoirs of the Amer. Math. Soc. No 120), 1972. - 121 p.

Г. С. Балашова

Москва, balashovags@mpei.ru

НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ НОРМ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ И СМЕШАННЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Рассматриваются мультипликативные неравенства

$$||f^{(k)}(x)||_{L_p(G)} \leqslant C_{nk}\, ||f(x)||^{1-\frac{k}{n}}_{L_p(G)}\, ||f^{(n)}(x)||^{\frac{k}{n}}_{L_p(G)}, \qquad (1)$$

где k, n — натуральные числа, $1 \leqslant k < n$, $f(x)$ — n раз дифференцируемая функция в области G, $||\cdot||_{L_p(G)}$ — норма в пространстве Лебега, $1 \leqslant p < \infty$. Константы C_{nk} в неравенстве (1) зависят от p и вида области G.

Получена асимптотика поведения этих констант при $n \to \infty$ и $k \to \infty$ для любого $L_p(0,\infty)$. Кроме того, установлены оценки норм смешанных производных через нормы производных по каждой переменной в отдельности для n-мерного тора. Например, в случае двумерного тора T^2